

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
**FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA**  
Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija

Seminarski rad iz kolegija  
Sustavi za praćenje i vođenje procesa

## **GPS localization**

STUDENTICA:

**Željka Lučev**  
**0036397324**

Zagreb, 02. lipnja 2006.

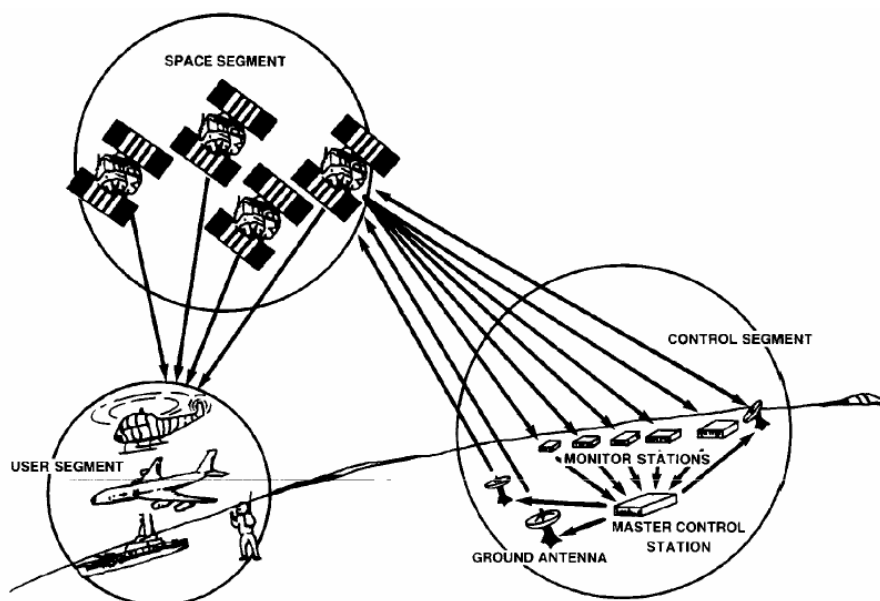
## Sadržaj

Sadržaj.....	2
1. Uvod .....	3
1.1. Općenito o GPS sustavu.....	3
1.2. Opis satelitskih signala .....	5
1.3. Koordinatni sustavi.....	6
Prostorne koordinate .....	6
Vremenske Koordinate .....	7
2. Princip rada GPS prijamnika.....	8
3. Točnost GPS sustava .....	11
3.1. Načini iskazivanja točnosti položaja.....	11
3.2. Načini iskazivanja stabilnosti vremenskog markera.....	12
3.3. Točnost ostvariva GPS prijamnikom.....	14
4. Specifičnosti GPS-a za Republiku Hrvatsku .....	16
Literatura.....	17

# 1. Uvod

## 1.1. Općenito o GPS sustavu

GPS (engl. *Global Positioning System*) je radionavigacijski sustav koji omogućava korisnicima na kopnu, moru i u zraku određivanje točnog položaja, brzine i vremena 24 sata dnevno, u svim vremenskim uvjetima, bilo gdje na svijetu. Sustav se sastoji od tri dijela: svemirskog, kontrolnog i korisničkog (slika 1).



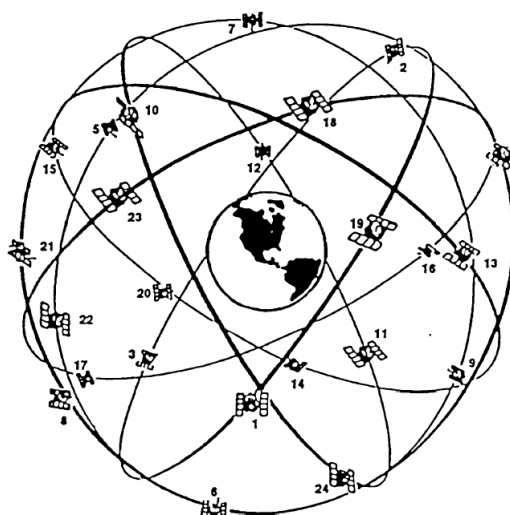
Slika 1: Tri dijela GPS sustava.

**Svemirski segment** čine 24 satelita na visini od 20200km iznad površine<sup>1</sup> Zemlje koji odašilju RF (engl. *radio frequency*) digitalnu poruku u kojoj su podaci o točnom vremenu i položaju satelita (engl. *ranging codes* i *navigation data message*). Oni dva puta dnevno opisuju svoju orbitu (gledano sa Zemlje uvijek opisuju istu putanju i svakih 11 sati i 58 minuta nalaze se na istom mjestu). Sateliti su raspoređeni u 6 orbitalnih ravnina, na svakoj po 4 satelita (vidi sliku 2) s inklinacijom od 55°, tako da uz čist pogled k nebu tipično ima 8 do 12 istovremeno vidljivih satelita, a minimalno 5. Od toga 4 imaju dobar geometrijski razmještaj za izračun položaja, odnosno PDOP<6 (vidi stranicu 13).

**Kontrolni segment** je mreža nadzornih stanica koje kontinuirano prate putanju i odstupanja odaslanog vremena pojedinih satelita, te dobivene podatke prosljeđuju GPS satelitima, koji ih dalje emitiraju korisnicima. Postoji glavna kontrolna stanica (*Falcon Air Force Base*, Colorado, USA) i 5 nadzornih stanica raširenih po svijetu od kojih su tri opremljene antenama za slanje podataka u satelite.

<sup>1</sup> Usporedbe radi: srednji polumjer Zemlje je 6 371 km, polumjer orbite GPS satelita 26 600 km.

**Korisnički segment** predstavljaju razni prijammnici koji temeljem podataka sa satelita određuju vrijeme i svoj položaj. Mjeri se vrijeme potrebno signalu za put satelit-prijamnik, iz čega se uz pretpostavku širenja signala brzinom svjetlosti računa udaljenost, a zatim se iz položaja pojedinih satelita računaju vlastiti položaj, brzina i vrijeme. Za mjerenje su potrebna barem 4 satelita (3 prostorne koordinate i vrijeme), a ukoliko je poznata jedna koordinata, npr. visina, dovoljna su 3 satelita.

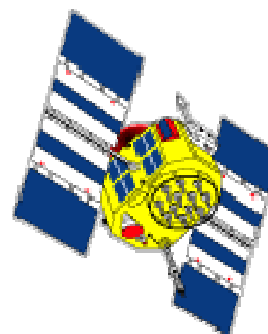


Slika 2: Konstelacija GPS satelita u 6 orbitalnih ravnina.

Mjerenje se provodi tako da se prvo iz kašnjenja signala na putu satelit-prijamnik određuje njihova udaljenost. Ona definira sferu oko poznatog položaja satelita u trenutku odašiljanja (ephemeris) na kojoj se prijamnik mora nalaziti. Odredi li se ispravno takva sfera za tri satelita, njihovo je sjecište na koordinatama prijamnika (treba dakle riješiti sustav jednadžbi kojima su definirane te tri sfere). Budući da prijamnik ne zna vrijeme s dovoljnom točnošću, nastaje pogreška mjerenja udaljenosti satelit-prijamnik koja je jednaka za sve satelite jer su sateliti opremljeni atomskim satom i održavaju se međusobno sinkronima. Stoga se izravno izmjerena udaljenost naziva *pseudoudaljenost* (pseudorange), čime se naznačuje postojanje zajedničke pogreške. Dodatna varijabla u sustavu jednadžbi je pogreška prijamnikova vremena, a mjerenjem pseudoudaljenosti još jednog satelita dobiva se dodatna jednadžba koja omogućuje izračun prostornih koordinata i točnog vremena. Opisani postupak naziva se 3D fix. Ukoliko je poznata visina na kojoj se prijamnik nalazi (npr. na moru, površini kopna), dovoljno je 3 satelita za mjerenje, a takvo mjerenje se naziva 2D fix. Pritom je najčešće korišten model oblika Zemljine površine WGS-84 (World Geodetic System Reference 1984) elipsoid. GPS prijammnici često imaju i ugrađene algoritme za preračunavanje iz WGS-84 baziranih koordinata u koordinate drugih, lokalnih sustava u kojima su izrađivane mjesne karte.

## 1.2. Opis satelitskih signala

Svi GPS sateliti (*space vehicle*, **SV**) emitiraju na istim frekvencijama, a signali s pojedinih satelita razlučuju se kodnom modulacijom. Zračenje satelita je cirkularno polarizirano (*righthand circular polarized*, **RHCP**) i usmjereno prema Zemlji tako da se najveći intenzitet zračenja postiže uz kut satelita prema horizontu (*elevacija*) od 40ak stupnjeva, a najmanji uz kutove od 90° i ispod 5°. Snaga zračenja pojedinog satelita je do 50 W. Šalju se dva digitalna koda C/A i P(Y), na dvije frekvencije, L1 i L2. C/A kod je niz od 1023 bita **pseudoslučajnog šuma** (*pseudorandom noise*, **PRN**) na L1 frekvenciji s izmjenom bita 1,023MHz, a ponavlja se svake milisekunde. Nosioc L1 ima frekvenciju 1575,42MHz pa svaki bit pseudoslučajnog šuma (takozvani *chip*) u C/A kodu sadrži 1540 punih titraja nosioca (jednom bitu koda odgovara oko 300m brzinom svjetlosti, a jednoj periodi nosioca 19cm). P(Y) kod također je pseudoslučajan niz, no 10 puta veće frekvencije i puno dulje sekvence (period ponavljanja: tjedan dana). Frekvencije pojedinih komponenata GPS signala prikazane su u tablici 1. Svi signali unutar GPS satelita generiraju se iz jedne osnovne frekvencije radi održanja faznih odnosa, a današnji Block II sateliti (slika 3) imaju po 4 atomska sata (2 cezijeva i 2 rubidijeva).



Slika 3: Block II GPS satelit.

Komponenta	Frekvencija [MHz]
Osnovna frekvencija	$f_0 = 10,23$
Nosioc L <sub>1</sub>	$f_1 = 154 f_0 = 1575,42$ ( $\lambda_1 \approx 19,0$ cm)
Nosioc L <sub>2</sub>	$f_1 = 120 f_0 = 1227,60$ ( $\lambda_2 \approx 24,4$ cm)
P-kod $P(t)$	$f_0 = 10,23$
C/A-kod $C(t)$	$f_0 / 10 = 1,023$
Navigacijska poruka D(t)	$f_0 / 204600 = 50 \cdot 10^{-6}$

Tablica 1: Vremenski parametri satelitskog signala.

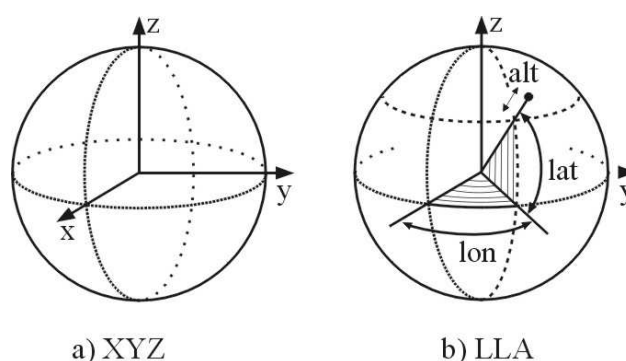
Pseudoslučajan šum je tako odabran niz jedinica i nula da je kroskorelacija signala između različitih satelita minimalna, kao i autokorelacija tog signala izvan pomaka 0, odnosno višekratnika perioda (takozvani *Gold codes*), što omogućuje prijammnicima (koji znaju kako signal pojedinog satelita treba izgledati) njegovu nedvosmisleni detekciju.

Oba koda modulirana su navigacijskom porukom puno manje frekvencije izmjene bita. Ona sadrži podatke jedinstvene za odašiljući satelit, kao i okvirne podatke o cijeloj konstelaciji.

### 1.3. Koordinatni sustavi

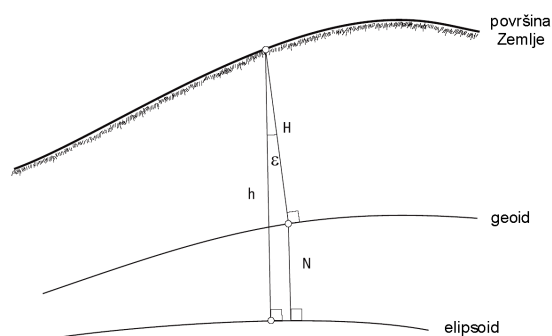
#### Prostorne koordinate

**ECEF** (*Earth-Centered, Earth-Fixed*) koordinatni sustav koristi Kartezijeve trodimenzionalne XYZ koordinate. Ishodište sustava (0, 0, 0) nalazi se u centru mase Zemlje. X os je u smjeru 0. meridijana, X i Y osi definiraju ekvatorijalnu ravninu, Z os prolazi kroz sjeverni pol. Položaj se mjeri metrima, a brzina u m/s. Koordinatni sustav rotira se zajedno sa Zemljom.



Slika 4: ECEF XYZ i LLA koordinatni sustavi.

**LLA** (*Latitude, Longitude, Altitude*) je najčešće korišteni koordinatni sustav. Ishodište mu je također u centru mase i okreće se s Zemljom, a mjere su u stupnjevima, odnosno metrima za visinu, pa je za male promjene zemljopisne dužine i širine obično potrebno proračunati udaljenost u metre. Visina se može iskazati kao visina iznad referentnog WGS84 elipsoida, **HAE** (*height above ellipsoid*) ili kao visina iznad srednje razine mora **MSL** (*mean sea level*), odnosno iznad geoida. Pri proračunu MSL iz HAE je kut naznačen na slici između  $h$  i  $H$  zanemariv, te se računa samo razlika  $H = h - N$ .



Slika 5: Usporedba HAE i MSL visine.

**Geoid** je komplicirani model Zemlje koji uzima u obzir gravitacijske parametre pojedinih dijelova Zemljine unutrašnjosti, dok je **WGS84 elipsoid** matematički jednostavno opisan, a ne razlikuje se od geoida za više od 100m. Osim WGS84 elipsoida diljem svijeta se koriste i drugi referentni elipsoidi. Elipsoid je opisan trima parametrima ( $a$ ,  $b$  i  $1/f$ ).

Također se često pomiče i ishodište nekog od referentnih elipsoida van centra mase, pa od par desetaka uvriježenih elipsoida nastaju stotine različitih geodetskih *datuma*, specifičnih za svaku zemlju. Glavni razlog tome su lokalno smanjenje razlike između geoida i elipsoida i razni poremećaji Zemljine površine. U ECEF koordinatnom sustavu svaka točka na Zemlji ima jedinstvene koordinate, dok su koordinate u LLA sustavu ovisne o trenutno korištenom datumu i odabranom načinu prikaza visine.

## Vremenske Koordinate

**GMT** (*Greenwich Mean Time*) je najpoznatija vremenska skala koja se bazira na usrednjenom kretanju Sunca (bez usrednjavanja odstupanja su oko 16 minuta). Kada je Sunce iznad 0. meridijana, točno je 12:00 GMT.

Referirajući se na položaj zvijezda na nebu, definirano je univerzalno vrijeme u više inačica (UT0, UT1, UT2), no zbog devijacija u brzini vrtnje Zemlje oko svoje osi ono nije bilo uniformno. Zbog toga je pomoću Cezijevog atomskog sata definirano **UTC** (*Coordinated Universal Time*) vrijeme kako ga danas shvaćamo. Duljina sekunde podešena je tako da 1900. dan traje točno 86400s, a zbog nepravilnosti Zemljine vrtnje, UTC vremenu se u prosjeku dodaje po jedna cijela sekunda svakih 18 mjeseci (tzv. *leap second*). Promjena se u pravilu obavlja neposredno prije Nove godine produljivanjem zadnje minute na 61 sekundu.

Za GPS sustav potrebna je uniformna i kontinuirana vremenska skala, pa je definirano **GPSvrijeme** počevši od nule 6.siječnja 1980. Te se godine GPS podudaralo s UTC vremenom, no danas (2006.) UTC kasni za GPS vremenom 16 sekundi.

$$UTC = GPS - \text{offset}. \quad (1)$$

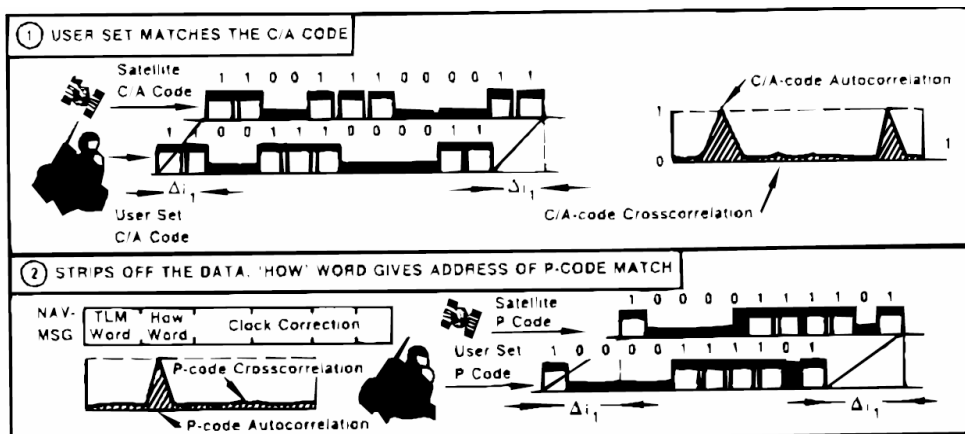
Nakon računanja ofseta od cijelog broja sekundi, GPS odstupa od UTC vremena maksimalno 30ns, a tipično odstupanje iznosi par nanosekundi. GPS vrijeme mjeri se s dva parametra – **GPS week** označava broj proteklih tjedana od 6. siječnja 1980. (modulo 1024) i **TOW** (*time of week*) koji označava sekundu unutar tjedna i kreće se od 0 do 604799, s time da je sekunda 0 prva sekunda nedjelje. Vrijeme se sa satelita prima u obliku 29-bitnog cijelog broja koji u sebi sadrži i GPS week (prvih 10 bita) i TOW u jedinicama od 1,5 sekunde.

## 2. Princip rada GPS prijamnika

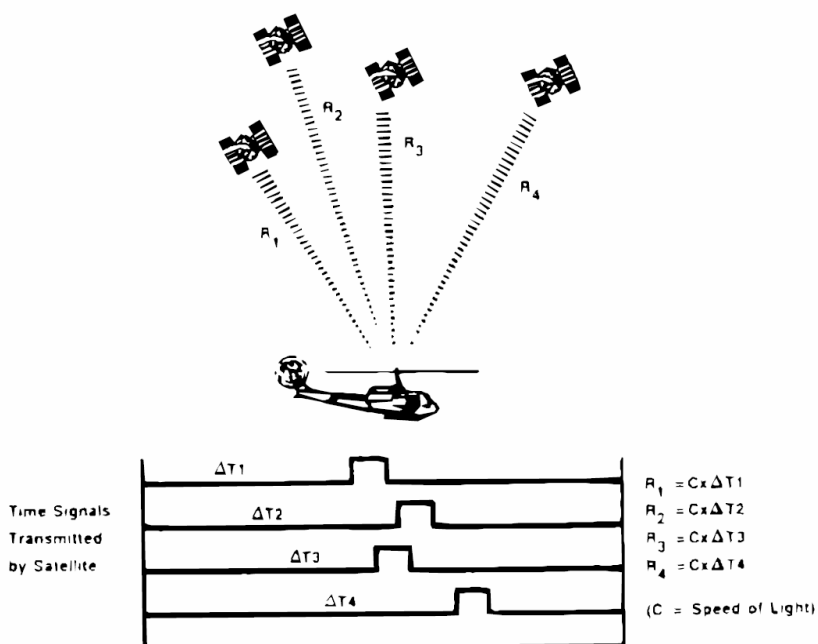
Svaki GPS prijamnik ima određeni broj kanala (svaki namijenjen praćenju jednog satelita), a svaki kanal posjeduje nekoliko korelatora koji uspoređuju primljeni signal s očekivanim. Za sinhronizaciju kanala na satelit potreban je podatak o grubom položaju satelita (*almanac*), grubom položaju prijamnika i vremenu (koji sateliti su vidljivi), preciznoj putanji satelita (*ephemeris*) – njegov položaj i brzina (zbog Dopplerovog efekta), točan položaj prijamnika, njegova brzina i točan podatak o vremenu. Kada se neki kanal prijamnika sinkronizira na satelit, on s njega počne skidati navigacijsku poruku (12,5 minuta) tj. putanju drugih satelita, dok drugi kanali još traže. Kako prijamnik saznaje sve više informacija o konstelaciji algoritam pretraživanja se prilagođava, dok napokon prijamnik ne odabere optimalan skup vidljivih satelita i na njih sinkronizira svoje kanale. Ukoliko prijamnik ima dovoljno kanala, pratit će sve vidljive satelite i uzeti ih u obzir prilikom mjerenja, što je ujedno i robusniji način zbog privremenih gubitaka signala s pojedinih satelita (npr. uslijed pojave fizičke prepreke signalu). Pritom barem jedan kanal treba ostati slobodan za akviziciju nadolazećih satelita, a može se upotrijebiti i radi uspoređivanja izmjerenih pseudoudaljenosti istog satelita izmjerene različitim kanalima te tako eliminirati sustavnu pogrešku pojedinih kanala.

Nakon što prijamnik očita podatke barem 4 satelita te navigacijsku poruku, pristupa se matematičkoj obradi u cilju računanja **PVT** solucije (*Position, Velocity, Time*). U principu se rješava sustav od četiri jednadžbe s 4 nepoznanice, što je zorno prikazano slikom 6. Od izmjerenih pseudoudaljenosti  $R_1$  do  $R_4$ , uz poznat položaj satelita ( $X_1$  do  $Z_4$ , iz navigacijske poruke) računa se položaj prijamnika  $U_X$  do  $U_Z$  (*user position*) i pogreška njegova vremena  $C_B$  (*clock bias*, izražen u metrima). Proračun se vrši u ECEF (*Earth-centered, Earth-fixed*) koordinatnom sustavu, a tek potom preračunava u druge (tipično WGS84, često i geodetske *datume* lokalnih karti. Ovo su pojednostavljene jednadžbe koje uvažavaju samo 4 satelita, a još se uzimaju u obzir i korekcije dobivene navigacijskom porukom (korekcija satelitskog vremena, relativistički efekti, korekcije ionosfere) i filtracija mjernih rezultata.





③ USER OBTAINS PSEUDO RANGE MEASUREMENTS ( $R_1, R_2, R_3, R_4$ ) TO 4 SATELLITES



④ USER SET PERFORMS THE NAV SOLUTION FOR POSITION

PSEUDO RANGES:

$$\begin{aligned} R_1 &= C \Delta t_1 \\ R_2 &= C \Delta t_2 \\ R_3 &= C \Delta t_3 \\ R_4 &= C \Delta t_4 \end{aligned}$$

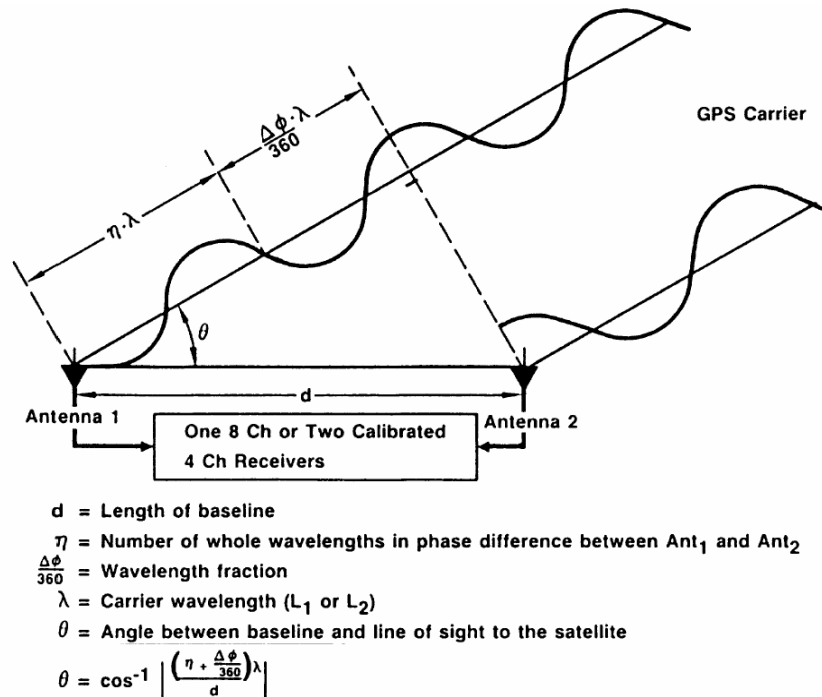
POSITION EQUATIONS:

$$\begin{aligned} (X_1 - U_X)^2 + (Y_1 - U_Y)^2 + (Z_1 - U_Z)^2 &= (R_1 - C_B)^2 \\ (X_2 - U_X)^2 + (Y_2 - U_Y)^2 + (Z_2 - U_Z)^2 &= (R_2 - C_B)^2 \\ (X_3 - U_X)^2 + (Y_3 - U_Y)^2 + (Z_3 - U_Z)^2 &= (R_3 - C_B)^2 \\ (X_4 - U_X)^2 + (Y_4 - U_Y)^2 + (Z_4 - U_Z)^2 &= (R_4 - C_B)^2 \end{aligned}$$

1. mjerenje pseudoudaljenosti kroskorelacijom primljenog i generiranog C/A koda
2. kroskorelacija 10 puta gušćeg P(Y) koda
3. provedba prva dva koraka za 4 satelita  $\Rightarrow$  pseudoudaljenosti  $R_1$  do  $R_4$
4. rješavanje sustava jednačbi  $\Rightarrow$  prostorne koordinate  $U_X$  do  $U_Z$   
 $\Rightarrow$  pogreška prijmnikova vremena  $C_B$

Slika 6: Teorija rada GPS prijmnika.

Još jedna metoda mjerenja je **interferometrija** (prijamnik zbraja signal istog satelita primljen dvjema antenama). Ovom metodom može se precizno odrediti kut pod kojim prijamnik (s barem dvije antene) vidi signal pojedinog satelita. Ova se metoda obično kombinira sa DGPS-om i faznim mjerenjem što rezultira prijamnicima vrhunske točnosti, brzog odziva i prikladnog cjenovnog ranga.



Slika 7: Interferometrija korištenjem GPS signala.

Prijamnici obično filtriraju svoje rezultate kako bi smanjili njihovo rasipanje ili ekstrapolirali rezultate mjerenja u slučaju nedostatka pojedinih informacija ili čak potpunog gubitka signala. Obično se koristi Kalmanov filtar. U filtru postoje 2 osnovna procesa: jedan modelira vremensku promjenu vektora pogreške predviđanih stanja (*error state vector*) – to je zapravo model dinamike gibanja prijamnika, dok drugi modelira ovisnost između vektora pogreške predviđanih stanja (*error state vectora*) i rezultata mjerenja – zapravo model mjerenja. Loše modeliranje dinamike sustava može dovesti do većih grešaka ili barem do nedovoljnog usrednjavanja, a jednako je važno i ispravno modelirati sam način mjerenja. Stoga se u filtar obično ugrađuju algoritmi koji ovisno o izmjerenim vrijednostima mijenjaju sam filtar pretpostavljajući neku dinamiku kretanja. Takav algoritam također se brine o stabilnosti (ukoliko se dozvoli prebrzo prilagođavanje filtra dinamici gibanja prijamnika, filtar može postati nestabilan) i brzini odziva filtra (npr. filtar presporo ili nikako može reagirati na mjerenje koje se puno više rasipa od predviđenog rasipanja ekvivalentnog stanja).

### 3. Točnost GPS sustava

#### 3.1. Načini iskazivanja točnosti položaja

**CEP** (*Circular Error Probability*) je često korištena mjera točnosti, a označava koliko metara odstupa 50% (CEP50), odnosno 95% (CEP95) mjerenja. Mjera analogna ovoj, ali u tri dimenzije nosi naziv **SEP** (*Spherical Error Probability*), pri čemu se također najčešće uzima 50% ili 95% mjernih rezultata. Valja napomenuti se u literaturi ponekad ne pridržavaju konvencije i koriste CEP kao mjeru u tri dimenzije ne spominjući nikakav SEP. Ukoliko se eksplicitno ne navede o kojem se postotku radi, najčešće se radi o 50%. Ove mjere ne uzimaju u obzir razdiobu mjernih rezultata, što znači da "drugih 50%" može odstupati i značajno i u istu stranu.

**DOP** (*Dilution Of Precision*) je mjera kvalitete geometrijskog položaja satelita. Već je i intuitivno jasno da će pogreška mjerenja položaja biti velika ukoliko su sateliti jako blizu jedan drugome (ili ako je manje satelita uzeto u obzir prilikom izračuna položaja). Većina prijamnika DOP ispisuje zajedno s položajem, brzinom i izmjerenim vremenom.

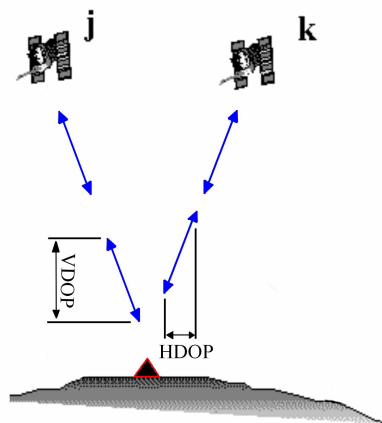
DOP je bezdimenzionalna veličina, a označava koliko je puta veće rasipanje izračunate veličine (položaja ili vremena) od rasipanja izvornih mjerenja pseudoudaljenosti do satelita. Najmanji iznos DOP vrijednosti je 1 i on označava optimalan geometrijski raspored satelita.

DOP se rastavlja na komponente:

<b>GDOP</b>	– <i>Geometric DOP</i>	– ukupna mjera kvalitete geometrijskog rasporeda,
<b>HDOP</b>	– <i>Horizontal DOP</i>	– zemljopisna širina i dužina,
<b>VDOP</b>	– <i>Vertical DOP</i>	– visina,
<b>PDOP</b>	– <i>Position DOP</i>	– zemljopisna širina, dužina i visina,
<b>TDOP</b>	– <i>Time DOP</i>	– vrijeme

(ponekad se DOP rastavlja čak i na EDOP (*East*), NDOP (*North*) i slično za XYZ koordinate). Pri tome vrijedi:

$$\begin{aligned} PDOP &= \sqrt{(HDOP^2 + VDOP^2)} \\ GDOP &= \sqrt{(PDOP^2 + TDOP^2)} \end{aligned} \quad (2)$$



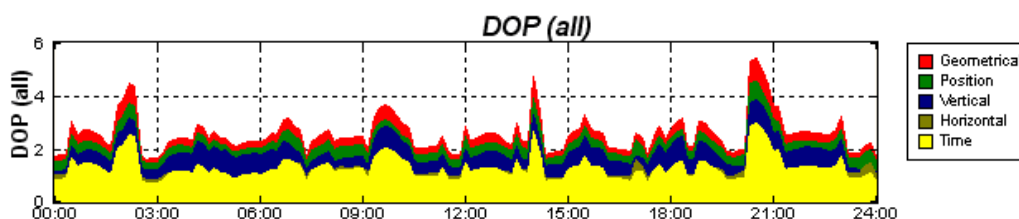
Slika 8: Ilustracija HDOP i VDOP mjere.

i analogno za ostale komponente.

Bitno je uočiti da je dobar DOP samo preduvjet kvalitetnog mjerenja. Krivo izmjerena pseudoudaljenost, pogreške putanje ili odaslanog vremena, utjecaji ionosfere, troposfere ni pogreške prijammnika nisu uzeti u obzir. Posebno u slučaju kada je satelit nisko na horizontu (mala *elevacija* satelita), njegov je geometrijski položaj dobar za određivanje horizontalne koordinate, ali mu je signal pod velikim utjecajem ionosfere.

Vrijednost DOPa veća od 6 je loša i takvo mjerenje ne treba uzeti u obzir, a za dobro mjerenje je poželjno da bude ispod 5.

Ova mjera objašnjava i zašto je mjerenje visine manje precizno od mjerenja horizontalnih koordinata. VDOP je u prosjeku 1,6 puta veći od HDOP. Kako se DOP vrijednosti kreću u jednom konkretnom mjerenju prijammnikom s čistim pogledom k nebu, može se vidjeti na slici 9.



Slika 9: Kretanje DOP vrijednosti na fiksnom mjestu tokom dana.

**2DRMS** (*Twice Distance Root Mean Square*) je dvostruka efektivna pogreška izmjerenih udaljenosti. Procjenjuje se relacijom:

$$2DRMS = 2 \cdot HDOP \cdot UERE. \quad (3)$$

Mogućnost procjene temeljem podataka sa satelita razlog je njene česte uporabe. Ova mjera ne govori o postotku mjerenja koja ulaze u zadane okvire točnosti, a u normalnim okolnostima taj se broj kreće između 95,4% i 98,2%. Moguća je i jednostruka efektivna pogreška, ali se rjeđe koristi.

### 3.2. Načini iskazivanja stabilnosti vremenskog markera

Kao mjera stabilnosti frekvencije koristi se **Allanova devijacija**, odnosno **varijanca**. Ona je mjera stabilnosti frekvencije u vremenskoj domeni (IEEE i ITU preporuka), a uvedena je zbog divergencije klasične varijance. Za razliku od mjera za iskazivanje točnosti frekvencije (npr. frekvencijski ofset), varijanca u dvije točke ne mjeri pogrešku frekvencije, sve dok je ona konstantna.

Sam izračun provodi se na sljedeći način: Uzorkuje se faza promatranog frekvencijskog izvora u jednakim vremenskim intervalima  $\tau$ . Tri uzastopna mjerenja označena su s  $x_n$ ,  $x_{n+1}$  i  $x_{n+2}$ . Normalizirana (bezdimenzionalna) srednja promjena frekvencije (vremenska domena) u intervalu od  $n$  do  $n+1$  iznosi

$$y_n = (x_{n+1} - x_n) / \tau = \Delta x_n / \tau \quad (4)$$

Pritom  $\Delta$  označava prvu diferenciju uzorkovane faze. Analogno se nalazi normalizirana srednja promjena frekvencije od  $n$ -tog do  $(n+2)$ -og vremenskog intervala:

$$\Delta y_n = y_{n+1} - y_n = \Delta^2 x_n / \tau, \quad (5)$$

gdje  $\Delta^2$  označava drugu diferenciju uzorkovane faze. Usrednje li se kvadrati svih tako dobivenih  $\Delta y_n$  za  $n=1, \dots, N-2$ , gdje je  $N$  ukupan broj mjerenja te dobiveno podijeli s 2, dobiva se procjena Allanove varijance. Točan iznos Allanove varijance dobio bi se usrednjavanjem beskonačnog broja uzoraka. Dijeljenje s 2 provodi se da bi Allanova varijanca bila jednaka klasičnoj za slučaj, nekorelirani šum. Uzorkovanjem promatranog frekvencijskog izvora dobiva se  $N$  faza,  $x_1, \dots, x_N$ . Allanova varijanca računa se prema:

$$\text{AVAR} = \sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2(N-2)} \sum_{n=1}^{N-2} [(x_{n+2} - x_{n+1}) - (x_{n+1} - x_n)]^2, \text{ odnosno} \quad (6)$$

$$\text{AVAR} = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{n=1}^{M-1} (\Delta y_n)^2, \quad (7)$$

pri čemu je  $M$  broj uzoraka faznih odstupanja  $y_n$  u intervalu  $\tau$ ,  $M=N-1$ .

Korjenovanjem Allanove varijance dobiva se Allanova devijacija (**ADEV**), a njene tipične vrijednosti za pojedine tipove oscilatora navedene su u tablici 2.

	$\tau = 1 \text{ s}$	$\tau = 1 \text{ dan}$	$\tau = 1 \text{ mjesec}$
Kristalni oscilator ( <i>Quartz</i> )	$10^{-12}$	$10^{-9}$	$10^{-8}$
Rubidijev atomski sat ( <i>Rubidium</i> )	$10^{-11}$	$10^{-12}$ do $10^{-13}$	$10^{-11}$ do $10^{-12}$
Cezijev atomski sat ( <i>Cesium Beam</i> )	$10^{-10}$ do $10^{-11}$	$10^{-13}$ do $10^{-14}$	$10^{-13}$ do $10^{-14}$
Aktivni vodikov maser ( <i>Hydrogen Maser</i> )	$10^{-13}$	$10^{-14}$ do $10^{-15}$	$10^{-13}$

Tablica 2: Tipične vrijednosti Allanove devijacije za razne tipove oscilatora.

Kratkoročnom stabilnošću smatra se Allanova varijanca s frekvencijom uzorkovanja  $\tau$  do 100 sekundi, inače se radi o dugoročnoj. Tipično se specifikacije oscilatora daju za frekvencije uzorkovanja od 1, 10, 100 i 1000 sekundi.

Pouzdanost procjene Allanove devijacije ( $1\sigma$ ) zbog malog broja uzoraka računa se približnom relacijom

$$Pouzdanost_{ADEV} \approx \frac{1}{\sqrt{M}} \cdot 100\% , \quad (8)$$

gdje je  $M$  broj uzoraka prve diferencije  $\Delta y_n$  (nakon usrednjavanja, ako ga je bilo; inače je  $M=N-1$ ).

### 3.3. Točnost ostvariva GPS prijarnikom

Na točnost mjerenog signala utječu pogreške satelitskog vremena, pogreške putanje satelita i kašnjenje signala pri prolasku kroz ionosferu. Na mjerenom mjestu prisutna je pogreška zbog troposferskih utjecaja, pogreška višestrukog puta (zbog pribrajanja reflektiranog i ogibanog signala direktnom) i šum prijarnika. Utjecaji pojedinih izvora smetnje na točnost i ukupna procjena točnosti dani su u sljedećoj tablici:

Komponenta pogreške, tipično	Standardni GPS (m)
Ionosfera	4,0
Vrijeme u satelitu	2,1
Pogreške orbite	2,1
Troposfera	0,7
Šum u prijarniku	0,5
Višestruki put	1,0
Ukupno	10,4

Tablica 3: Pogreške bez DGPS-a, uz čist pogled k nebu i dobru geometriju satelita.

Zbog negarantirane usluge u više modova, s različitim tipovima prijarnika, ovisno o položaju na/iznad Zemlje, ovisno o vremenskim uvjetima i slučajnim zaprekama signalu, podaci o točnosti iz različitih se izvora dosta rasipaju, ovisno o uvjetima pod kojima su mjerenja vršena, tako da kvalitetu mjerenja ipak valja isprobati za svaku aplikaciju posebno. Podaci o točnosti obično se navode uz idealne vremenske uvjete i čist pogled k nebu (avion, brod) i mogu poslužiti samo u cilju grube procjene, tako da se često niti ne navodi radi li se o CEP 50% (proizvođači), ili 95% mjerenja (korisnici).

Današnja točnost GPS sustava (SPS, *single-frequency, code-phase*) tipično je 20ak metara, 95% CEP, a mnogi prijarnici ostvaruju i 10m. Kratkotrajna ponovljivost uzastopnih mjerenja iznosi oko 1m, a točnost mjerenja brzine tipično je 0,05m/s. GPS vrijeme obično je moguće mjeriti s točnošću od 100ns, s tim da se može očekivati znatno poboljšanje korištenjem EGNOSa. Europskim EGNOS-diferencijskim korekcijama postiže se točnost 1 do 2m, američkim WAAS sustavom oko 3m, DGPS korekcijama koje su odašiljane radio-stanicama (*beacon*) 13m, a koristeći LADGPS (baznu stanicu) ispod metra, vidi tablicu 4.

Metoda mjerenja	Procjena točnosti
Obični prijammnik, SPS	20 m
WAAS	3 m
EGNOS	1-2 m
Beacon DGPS	1-3 m
LADGPS	1 m
RTK	1-3 cm

Tablica 4: Gruba procjena točnosti mjerenja različitim tehnikama.

Uz navedene primjere o doprinosu pojedinih izvora pogreški može se naći i podatak da je ukupni šum prijammnika tipično 10cm za *codephase*, odnosno oko 1mm za *carrierphase* prijammnike. Tako se nakon ispravne detekcije cijelog broja perioda nosioca uz *carrier phase* prijammnik bez usrednjavanja rezultata postiže točnost 0,5 do 2cm horizontalno i 1 do 3cm vertikalno (uz kvalitetnu antenu s reduciranjem pogreške višestrukog puta) plus 1ppm udaljenosti *rover-base* (*baseline*) za dvofrekvencijski, odnosno 2ppm za jednofrekvencijski prijammnik. Specifikacije RTK prijammnika svih proizvođača nalaze se unutar ove točnosti.

## 4. Specifičnosti GPS-a za Republiku Hrvatsku

Za dobivanje našeg lokalnog vremena potrebno je:

- naći UTC (od GPS vremena oduzeti sekunde ofseta)
- dodati +1h zbog vremenske zone
- po potrebi dodati +1h (*daylight saving time*, od prvog prijelaza sa subote na nedjelju nakon 24.3., u 02:00h do prvog prijelaza sa subote na nedjelju nakon 24.10., u 03:00h)

Za dobivanje položaja u LLA koordinatama, prilikom izračuna koordinata iz ECEF sustava je potrebno odabrati geodetski datum korišten u RH. Naziv tog datuma je "Hermannskogel Datum - Croatia, Serbia", a njegovi parametri su sljedeći:

- standardni elipsoid "Bessel 184 - Namibia"

$$\begin{aligned} a &= 6377483,865 & (9) \\ b &= 6356165,383 \\ 1/f &= 299,152813 \end{aligned}$$

- pomak elipsoida od centra mase

$$\begin{aligned} D_x &= +653 \text{ m} & (10) \\ D_y &= -212 \text{ m} \\ D_z &= +449 \text{ m} \end{aligned}$$

Ukoliko je položaj već prisutan u LLA koordinatama prema WGS84 elipsoidu s ishodištem u 0, a prijamnik ima mogućnost 5-parametarske transformacije po Molodenskom (npr. Garmin ili Magellan prijamnici), potrebni parametri transformacije su:

$$\begin{aligned} dX &= +675 \text{ m} & (11) \\ dY &= -205 \text{ m} \\ dZ &= +475 \text{ m} \\ dA &= +740 \text{ m} \\ dF &= +0,0001004. \end{aligned}$$



## Literatura

- [1] Tihomir Marjanović, Mjerenje vremena i udaljenosti temeljeno na GPS sustavu (Diplomski rad), 2004.
- [2] Benjamin Suter, Xavier Lesort, John Moberly, Relative Positioning with Double Differencing, Stanford University [Internet], URL: <http://4d-server.stanford.edu/bsuter/dgps/aa272c-finalreport-5.pdf>, 2002
- [3] Javad and Nedda Ashjaee, GPS Tutorial, Basics of High-Precision Global Positioning Systems [Internet], URL: <http://www.topconps.com/gpstutorial/TOC.html>, 1998
- [4] NAVSTAR GPS USER EQUIPMENT INTRODUCTION: PUBLIC RELEASE VERSION [Internet], URL: <http://www.navcen.uscg.gov/pubs/gps/gpsuser/gpsuser.pdf>, 1996
- [5] u-blox, Datum Transformations of GPS Positions Application Note [Internet], URL: [http://www.telecom.fh-htwchur.ch/~zogg/Dateien/the\\_gps\\_dictionary.pdf](http://www.telecom.fh-htwchur.ch/~zogg/Dateien/the_gps_dictionary.pdf), 1999
- [6] U. Hugentobler, S. Schaer, P. Fridez, Bernese GPS Software Version 4.2, ASTRONOMICAL INSTITUTE UNIVERSITY OF BERNE [Internet], URL: [http://www.aiub.unibe.ch/download/BERN42/DOCU/DOCU42\\_1.pdf](http://www.aiub.unibe.ch/download/BERN42/DOCU/DOCU42_1.pdf), 2001